

## Elemente de circuit rezistive. Uniportți și diporți rezistivi. Caracteristici de intrare și de transfer.

### 1. Scopul lucrării

Măsurarea și determinarea unor parametri caracteristici pentru structuri de diporți. Este analizat modul de lucru pe impedanțe imaginare.

### 2. Rezumat teoretic

Elementele de circuit rezistive (pe scurt, rezistorii) sunt elemente de circuit cu două (sau mai multe) terminale ale căror modele sunt descrise de o relație algebrică (respectiv mai multe) care leagă între ele tensiunile și curenții de la aceste terminale. Cel mai familiar element de circuit rezistiv este bineînțeles modelul rezistorului liniar care satisface legea lui Ohm:

$$u(t) = R \cdot i(t) \text{ sau } i(t) = G \cdot u(t) \quad (1)$$

unde  $R$  este rezistența rezistorului liniar,  $G$  este conductanța acestuia, iar  $u$  și  $i$  fiind asociate în același sens. Plecând de la rezistorul liniar un element de circuit biterminal va fi numit rezistiv dacă satisface o relație de forma:

$$f(u, i) = 0 \quad (2)$$

unde  $u$  este tensiunea de la bornele elementului de circuit, iar  $i$  este curentul ce circulă prin acesta. Bineînțeles  $u$  și  $i$  se referă la valorile instantanee ale curentului și tensiunii. Relația (2) determină o curbă în planul de coordonate  $(u, i)$  sau  $(i, u)$ , curbă care se numește caracteristica curent-tensiune a rezistorului. Dacă rezistorul este variant în timp relația (2) devine:

$$f(u, i, t) = 0 \quad (3)$$

Elemente de circuit rezistive biterminale remarcabile:

1. *Sursele de tensiune și de curent independente* sunt elemente de circuit rezistive variante sau invariante în timp după cum sursele respective sunt variabile sau constante. Acești rezistori sunt caracterizați de următoarele ecuații:

- Sursa de tensiune continuă:  $u - E = 0$
- Sursa de tensiune variabilă:  $u(t) - e(t) = 0$
- Sursa de curent continuă:  $i - J = 0$
- Sursa de curent variabilă:  $i(t) - j(t) = 0$

2. *Dioda ideală* este un element de circuit rezistiv neliniar. Caracteristica tensiune-curent poate fi scrisă matematic sub forma:

$$u \cdot i = 0, \quad i = 0 \text{ dacă } u < 0 \text{ și } u = 0 \text{ dacă } i > 0 \quad (4)$$

3. *Dioda semiconductoră* este un dispozitiv care, pentru frecvențe joase poate fi modelat de un element de circuit rezistiv neliniar, invariant în timp, caracterizat de o relație de forma:

$$i - I_s \cdot \left[ \exp\left(\frac{u}{U_T}\right) - 1 \right] = 0 \quad (5)$$

Deoarece și tensiunea  $u$  poate fi exprimată ca o funcție de curentul  $i$  elementul rezistiv se spune că este comandat și în curent.

Prin interconectarea mai multor elemente de circuit rezistive se formează un circuit rezistiv. Circuitele rezistive care conțin numai rezistoare liniare (la care caracteristica curent-tensiune este determinată de funcții liniare) sunt circuite rezistive liniare. Dacă în circuit există un singur element rezistiv neliniar, atunci circuitul rezultat este neliniar.

Un circuit care are două borne de acces din exterior se numește **uniport**. La aceste borne se pot pune în evidență cele două mărimi electrice: tensiunea între cele două borne,  $u$ , (tensiunea de la intrarea uniportului) și curentul care circula prin cele două borne,  $i$ , (curentul de la intrarea uniportului), așa cum se arată în figura 1. Un uniport rezistiv este un uniport la care cele două mărimi satisfac o relație de forma:

$$f(u,i,t)=0 \quad (6)$$

unde  $t$  este variabila timp. Relația (8) se numește caracteristica de intrare a uniportului.

Dacă circuitul este invariant în timp, relația (8) devine:

$$f(u,i)=0 \quad (7)$$

Dacă uniportul este liniar atunci relația (8) este de forma:

$$a(t) \cdot u(t) + b(t) \cdot i(t) + c(t) = 0 \quad (8)$$

iar dacă în plus este și invariant în timp atunci este satisfăcută o relație de forma:

$$a \cdot u + b \cdot i + c = 0 \quad (9)$$

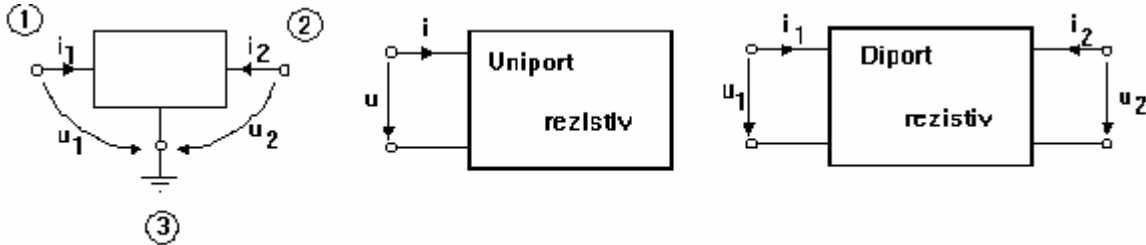


Figura 1

Se numește *cuadripol diport* sau numai *cuadripol* un cuadripol general ale carui borne sunt grupate în două porti de acces (fig 2).

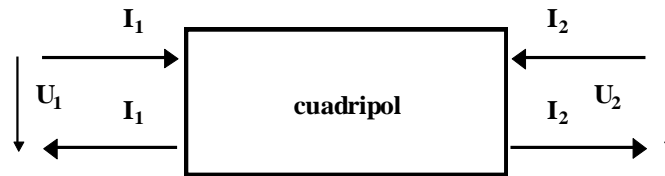


Figura 2

Functionarea unui cuadripol poate fi descrisa prin mai multe seturi de parametri.

### 2.1 Parametrii diportilor (cuadripolilor)

- **Parametrii impedanta (Z)**

Prin intermediul parametrilor impedanta marimile  $U_1$  si  $U_2$  se definesc in functie de curentii  $I_1$  si  $I_2$

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases}$$

Parametrii impedanta se defiesc prin relatiile

$$Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

Marimea se masoara in  $\Omega$  si se numeste impedanta de intrare cu iesirea in gol

$$Z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

Marimea se masoara in  $\Omega$  si se numeste impedanta de iesire cu intrarea in gol

$$Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

Marimea se masoara in  $\Omega$  si se numeste transimpedanta de la intrare

$$Z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

Marimea se masoara in  $\Omega$  si se numeste transimpedanta dde la iesire la intrare cu iesirea in gol.

- **Parametrii admitanta(Y)**

Prin intermediul parametrilor admitanta marimile  $I_1$  si  $I_2$  sunt definite in functie de marimile  $U_1$  si  $U_2$

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 \\ I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 \end{cases}$$

Cu semnificatiile:

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{U_1} \right|_{U_2=0}$$

Marimea se masoara in  $\Omega^{-1}$  si se numeste admitanta de intrare cu iesirea scurtcircuitata.

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{U_1=0}$$

Marimea se masoara in  $\Omega^{-1}$  si se numeste admitanta de iesire cu intrarea scurtcircuitata.

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0}$$

Marimea se masoara in  $\Omega^{-1}$  si se numeste admitanta de transfer intre intrare si iesire cu intrarea scurtcircuitata.

$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0}$$

Marimea se masoara in  $\Omega^{-1}$  si se numeste admitanta de transfer intre iesire si intrare cu iesirea scurtcircuitata.

- **Parametrii hibridi(h)**

$$\begin{cases} U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{cases}$$

Din aceste ecuatii se defineste semnificatia parametrilor hibridi:

$$h_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{U_2=0}$$

-impedanta de intrare cand iesirea este scurtcircuitata

$$h_{12} = \left. \frac{U_1}{U_2} \right|_{I_1=0}$$

-transferul invers de tensiune cand intrarea este in gol.

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{U_2=0}$$

-amplificarea in curent cand iesirea este scurtcircuitata

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{U_2} \right|_{I_1=0}$$

-admitanta de iesire cu intrarea in gol

Pe baza setului de ecuatii functionale se poate construi circuitul echivaland cu parametri h al cuadripolului.(figura 3)

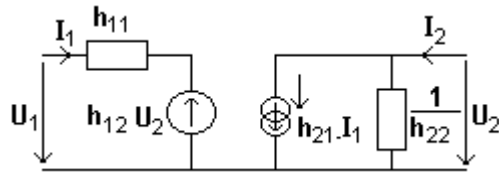


Figura 3

Sistemele de ecuatii functionale pot fi scrise si matriceal. Pentru cele trei descrieri prezentate obtinem:

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \|h\| \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} = \|Z\| \cdot \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \|Y\| \cdot \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Cu observatia ca din (2) si (3) rezulta:  $\|Z\| \cdot \|Y\| = \|I\|$

De unde rezulta identitatile

$$\|Z\| = \|Y\|^{-1} \quad (4)$$

$$\|Y\| = \|Z\|^{-1} \quad (5)$$

Relatiile (4) si (5) ne furnizeaza relatiile de echivalare a parametrilor  $Y \rightarrow Z$  si  $Z \rightarrow Y$

**Demonstratie pe caz general:**

$$\|A\| = \begin{Bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{Bmatrix}$$

$$\|A\|^r = \begin{Bmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{Bmatrix}$$

$$\|A\|^* = \begin{Bmatrix} A_{22} & -A_{12} \\ -A_{21} & A_{11} \end{Bmatrix}$$

$$\|A\|^{-1} = \frac{\|A\|^*}{\Delta A}$$

Se obtin relatiile:

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{\Delta Z}$$

$$Y_{12} = -\frac{Z_{12}}{\Delta Z}$$

$$Y_{21} = -\frac{Z_{21}}{\Delta Z}$$

$$Y_{22} = \frac{Z_{11}}{\Delta Z}$$

$$\Delta Z = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$$

$$Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta Y}$$

$$Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{\Delta Y}$$

$$Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{\Delta Y}$$

$$Z_{22} = \frac{Y_{11}}{\Delta Y}$$

$$\Delta Y = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}$$

respectiv

- **Transformarea de la parametrii admitanta la parametrii hibrizi**

$$U_1 = \frac{I_1}{Y_{11}} - \frac{Y_{12}}{Y_{11}} U_2$$

$$I_2 = Y_{21} \left[ \frac{I_1}{Y_{11}} - \frac{Y_{12}}{Y_{11}} U_2 \right] + Y_{22} U_2 = \frac{Y_{21}}{Y_{11}} I_1 + U_2 \left[ Y_{22} - \frac{Y_{21} Y_{12}}{Y_{11}} \right]$$

Prin identificare se obtin relatiile:

$$\begin{cases} h_{11} = \frac{1}{Y_{11}} \\ h_{12} = -\frac{Y_{12}}{Y_{11}} \\ h_{21} = \frac{Y_{21}}{Y_{11}} \\ h_{22} = Y_{22} - \frac{Y_{21} Y_{12}}{Y_{11}} = \frac{\Delta Y}{Y_{11}} \end{cases}$$

### 2.2 Structuri de diporti particulari

Schemele electrice echivalente pentru cuadripolul reciproc si nesimetric sunt reprezentate in figura 4 .

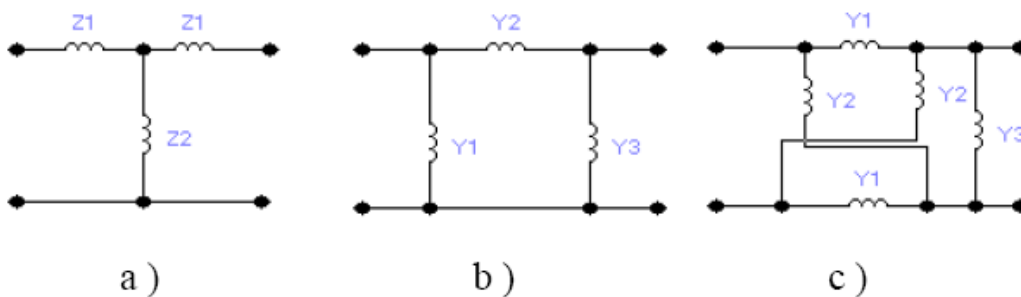


Figura 4

Scheme echivalente pentru cuadripolul reciproc nesimetric :

a) in T ; b) in Π ; c ) in punte

Impedantele care intervin in schemele echivalente se exprima in functie de parametrii cuadripolului , dupa cum urmeaza :

a ) Pentru schema echivalenta in T :

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{10} - \underline{Z}_{m0}$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{m0}$$

$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_{12} - \underline{Z}_{22} = \underline{Z}_{20} - \underline{Z}_{m0}$$

b ) Pentru schema echivalenta in Π :

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{1K} - \underline{Y}_{mk}$$

$$\underline{Y}_2 = -\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{mk}$$

$$\underline{Y}_3 = \underline{Y}_{12} - \underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{2k} - \underline{Y}_{mk}$$

c ) Pentru schema echivalenta in punte , reprezentata in fig. 10c , avem admitantele  $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \underline{Y}_3$  pot fi exprimate si in functie de parametrii sistemului  $\underline{Y}$ , astfel :

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{1k} + \underline{Y}_{mk}$$

$$\underline{Y}_2 = \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{1k} - \underline{Y}_{mk}$$

$$\underline{Y}_3 = -\underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{22} = \underline{Y}_{2k} + \underline{Y}_{1k}$$

### 2.3 Analiza cuadripolilor elementari

In situatia cind cuadripolul cu structura complexa se poate considera compus din cuadripoli mai simpli, interconectati intr-un anumit mod , ecuatiile intregii scheme pot fi stabilite pe baza ecuatiilor cuadripolilor componentii . Rezolvarea problemei este mult simplificata prin aplicarea calculului matricial . Dupa cum se stie , matricea cuadripolului compus se obtine din matricele cuadripolilor componentii , aplicind diferite reguli de calcul , in functie de modul de conectare al acestora . Determinarea parametrilor cuadripolilor cu structura complexa in functie de parametrii cuadripolilor componentii necesita in mod evident cunoasterea acestora din urma. Expresiile matricelor cuadripolilor elementari sunt relativ simple si ele se determina printr-o metoda oarecare.

#### 2.3.1 Cuadripolul cu un singur element

Cei mai simpli cuadripoli sunt formati dintr-o singura impedanta longitudinala sau dintr-o impedanta transversala (ca in figura 5.)

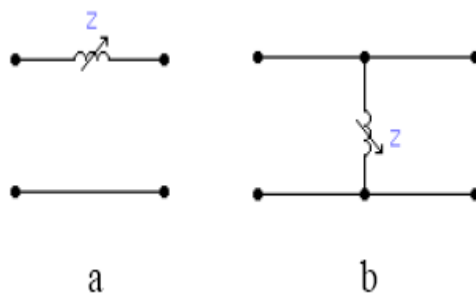


Figura 5

Cuadripoli cu un singur element :

a) cu impedanta longitudinala ; b) cu impedanta transversal

#### 2.3.2 Cuadripolul in $\Gamma$

Cuadripolul in  $\Gamma$  , reprezentat in figura 6 a si b, se poate considera format dintr-un cuadripol cu impedanta transversala  $\underline{Z}_2$  si un cuadripol cu impedanta longitudinala  $\underline{Z}_1$ , conectati in lant :

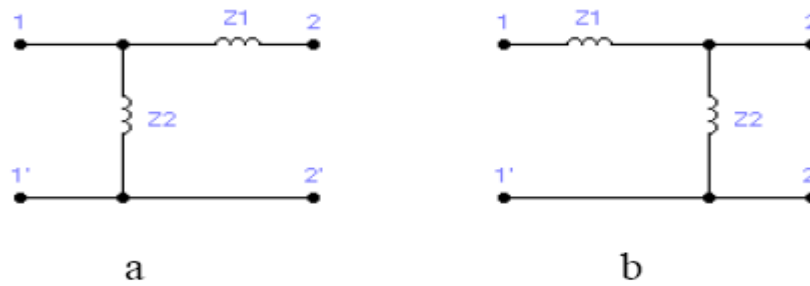


Figura 6

Cuadripol : a) in  $\Gamma$  ; b) in  $\Gamma$  intors ;

In teoria filtrelor electrice, impedantele longitudinala si transversala ale cuadripolului in  $\Gamma$  se noteaza obisnuit cu  $\underline{Z}_1/2$ , respectiv cu  $2\underline{Z}_2$  (ca in figura 7) .

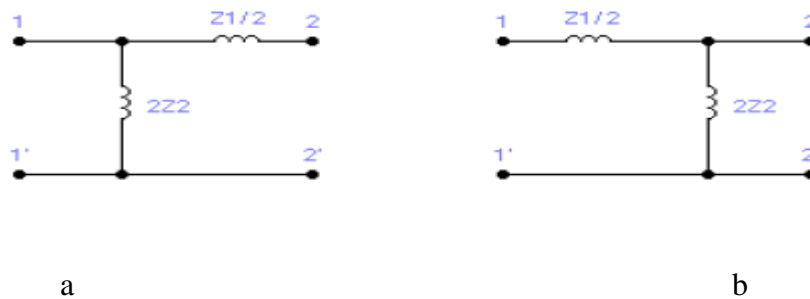


Figura 7

Cuadripol : a) in  $\Gamma$  ; b) in  $\Gamma$  intors ;

Cu aceste notatii, expresiile parametrilor caracteristici pentru cuadripolul in  $\Gamma$ , devin :

$$\underline{Z}_{1C} = \underline{Z}_{\Pi} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}}}$$

$$\underline{Z}_{2C} = \underline{Z}_{\Gamma} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}\right)}$$

Pentru cuadripolul in  $\Gamma$  intors , expresiile devin :

$$\underline{Z}_{1C} = \underline{Z}_{\Gamma} = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left( 1 + \frac{\underline{Z}_1}{4 \underline{Z}_2} \right)}$$

$$\underline{Z}_{2C} = \underline{Z}_{\Pi} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4 \underline{Z}_2}}}$$

### 2.3.3 Cuadripolul in X

Cuadripolul in X este reprezentat in figura 8.

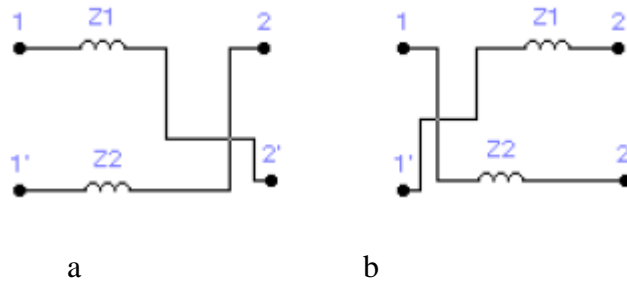


Figura 8. Cuadripolul in X

### 2.3.4 Cuadripolul in T

Cuadripolul in T reprezentat in figura 9, se poate considera format prin conectarea in serie a unui cuadripol in U si a unui cuadripol cu impedanta transversala .

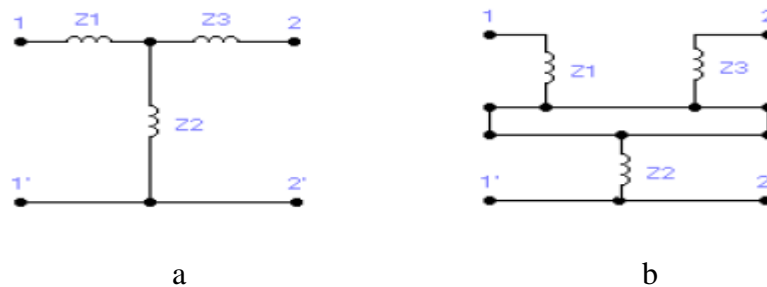


Figura 9

Cuadripol in T nesimetric (a) , rezultat prin conectarea in serie a doi cuadripoli mai simpli (b)

Cuadripolul in T se putea considera format si prin conectarea in lant a trei cuadripoli componenti mai simpli si anume, un cuadripol cu impedanta longitudinala  $\underline{Z}_1$ , un cuadripol cu impedanta transversala  $\underline{Z}_2$ , urmat de un cuadripol cu impedanta longitudinala  $\underline{Z}_3$ . Daca impedantele  $\underline{Z}_1$  si  $\underline{Z}_3$  sunt egale, cuadripolul in T este simetric. Cuadripolul in T simetric poate fi considerat format si prin conectarea in lant a doi cuadripoli in  $\Gamma$ , ca in figura 10 .



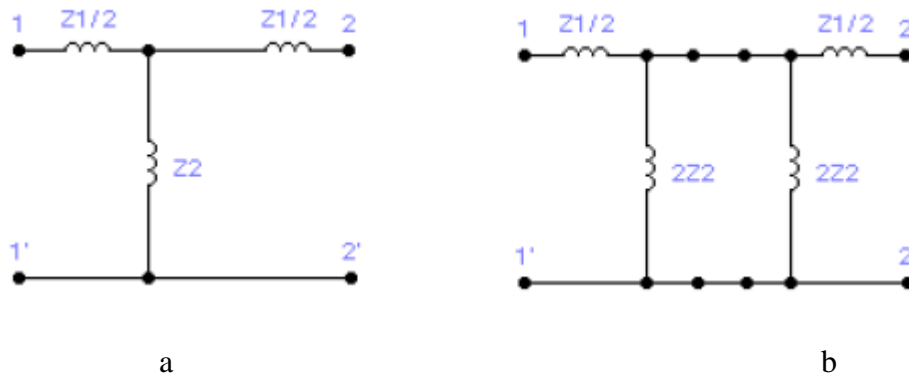


Figura 10

Cuadripol in T simetric (a) , rezultat prin conectarea in lant a doi cuadripoli in  $\Gamma$  (b) .

Trebuie relevat faptul ca, parametrii caracteristici ai cuadripolului in T se exprima in mod foarte simplu in functie de parametrii caracteristici ai cuadripolilor in  $\Gamma$  care-l compun. Impedanta caracteristica  $\underline{Z}_C$  a cuadripolului in T simetric este egala cu impedanta caracteristica corespunzatoare  $\underline{Z}_T$  a cuadripolului in  $\Gamma$  , adica :

$$\underline{Z}_C = \underline{Z}_T = \sqrt{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \left( 1 + \frac{\underline{Z}_1}{4 \underline{Z}_2} \right)}$$

Cuadripolii in  $\Gamma$  fiind conectati in lant , este evident ca pentru cuadripolul in T simetric care rezulta, constanta de transfer va fi de doua ori mai mare decat constanta de transfer a cuadripolului component in  $\Gamma$  .

### 2.3.5 Cuadripolul in $\Pi$

In modul cel mai simplu, cuadripolul in  $\Pi$ , reprezentat in figura 11 .

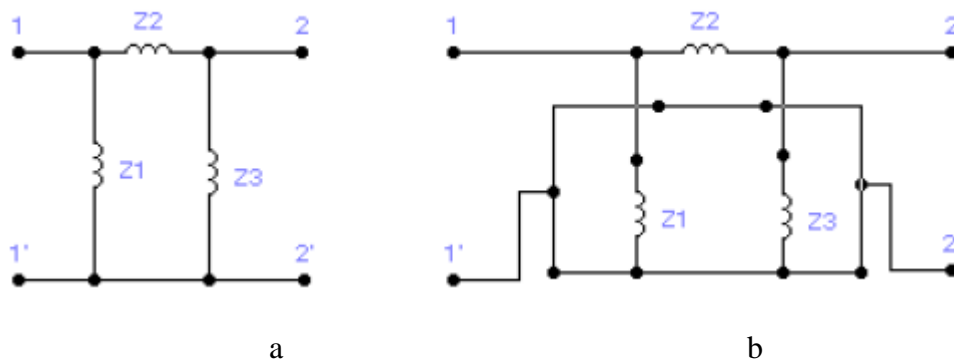


Figura 11

Cuadripolul in  $\Pi$  nesimetric (a) , rezultat prin conectarea in paralel a doi cuadripoli mai simpli (b) .

Cuadripolul in  $\Pi$  simetric se poate de asemenea considera format din doi cuadripoli in  $\Gamma$  conectati in lant, asa cum este prezentat in figura 12 .

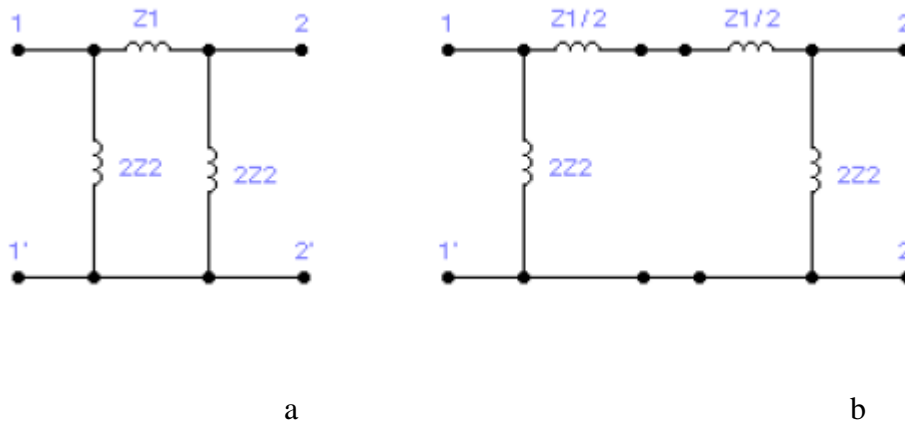


Figura 12

Cuadripolul in  $\Pi$  simetric (a) , rezultat prin conectarea in lant a doi cuadripoli in  $\Gamma$  (b)

### 2.3.6 Cuadripolul in punte simetric

Cuadripolul in punte simetric este reprezentat in figura 13 si se caracterizeaza prin faptul ca impedantele din laturile opuse ale puntii sunt egale .

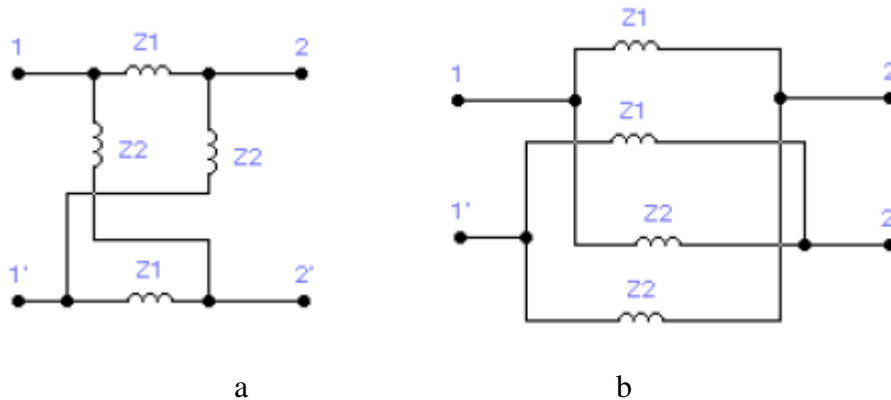


Figura 13

Cuadripol in punte simetric (a) rezultat prin conectarea in paralel a unor cuadripoli mai simpli (b)

### Modul de lucru

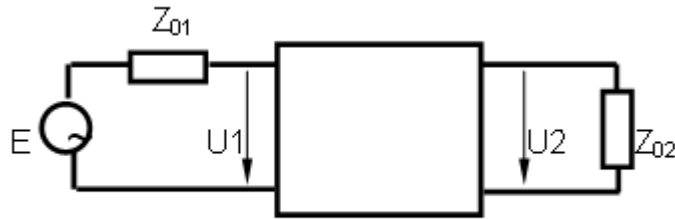
1. Se vor determina experimental impedantele imagine pentru sectiunile de diporti prezentate in figurile (6,7,8,9,10,11) prin metoda masurarii impedantelor de gol si de scurtcircuit pentru fiecare in parte si folosind urmatoarele formule:

$$Z_{01} = \sqrt{Z_{1g} Z_{1sc}} \quad , \quad Z_{02} = \sqrt{Z_{2g} Z_{2sc}} \quad , \quad thg = \sqrt{\frac{Z_{1sc}}{Z_{1g}}} = \sqrt{\frac{Z_{2sc}}{Z_{2g}}}$$

Datele experimentale vor fi trecute in tabelul de mai jos:

|             | $Z_{1g}$  | $Z_{2g}$  | $Z_{1sc}$ | $Z_{2sc}$ | $Z_{01}$  | $Z_{02}$  | $g_k$ |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------|
| Fig. diport | $k\Omega$ | $k\Omega$ | $k\Omega$ | $k\Omega$ | $k\Omega$ | $k\Omega$ | Np    |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |
|             |           |           |           |           |           |           |       |

2. Utilizand urmatorul circuit :



Si folosindu-se formula:

$$g = \ln \frac{U_1}{U_2} \sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{U_1}{U_2} \right)^2 \frac{Z_{02}}{Z_{01}}$$

sa se determine exenentul de transfer g si sa se compare rezultatele obtinute cu cele de la punctul anterior pentru fiecare tip de diport studiat.

## FILTRE REALIZATE CU COMPONENTE DISCRETE (FILTRE DE TIP K-CT ȘI DERIVATE „m”)

### Noțiuni teoretice

Circuitele pasive care determină o modificare a tensiunii la bornele de ieșire în funcție de frecvența semnului aplicat la intrare, poartă numele de FILTRE.

Filtrele electrice sunt circuite care se comportă selectiv în domeniul frecvenței.

Filtrul ideal este un diport care introduce o atenuare nulă într-un interval de frecvență numit bandă de trecere și o atenuare infinită în intervalul de frecvență numită bandă de blocare (sau de orpire). Frecvențele care separă banda de trecere de cea de blocare se numesc frecvențe de tăiere ( $\omega_1$  și  $\omega_2$ ).

Filtrele pot fi clasificate după modul în care sunt dispuse benzile de trecere și de orpire în:

- F.T.J. (filtru trece jos) – la creșterea frecvenței peste o anumită valoare, numită frecvența de tăiere, amplitudinea semnalului scade.
- F.T.S. (filtru trece sus) – la scăderea frecvenței sub o anumită valoare, numită frecvență de tăiere, amplitudinea semnalului crește.
- F.O.B. (filtru oprește banda) – lasă să treacă toate frecvențele cuprinse între cele două frecvențe de tăiere ale filtrului  $f_{c1}$  (sau  $f_{t1}$ ) și  $f_{c2}$  (sau  $f_{t2}$ ).
- F.T.B. (filtru trece banda) – lasă să treacă toate frecvențele maimici decât frecvența de tăiere a filtrului  $f_{c1}$  (sau  $f_{t1}$ ) și maimari decât frecvența de tăiere a filtrului  $f_{c2}$  (sau  $f_{t2}$ ). Acest tip de filtru are două frecvențe de tăiere:
  - $f_{c1}$  (sau  $f_{t1}$ );
  - $f_{c2}$  (sau  $f_{t2}$ ).

Se definește funcția de transfer pentru un filtru ideal:

$$H(j\omega) = \frac{U_{ies}(j\omega)}{U_{in}(j\omega)} = A \cdot e^{-j\omega\tau_0}$$

$$|H(j\omega)| = A = ct.$$

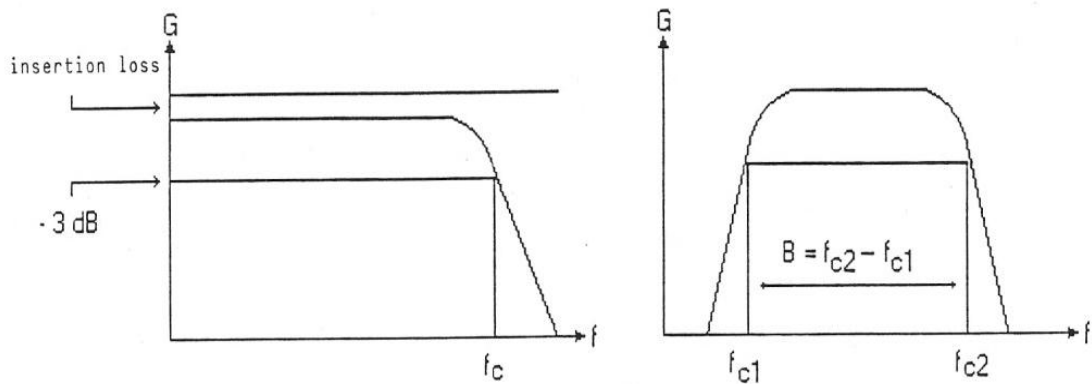
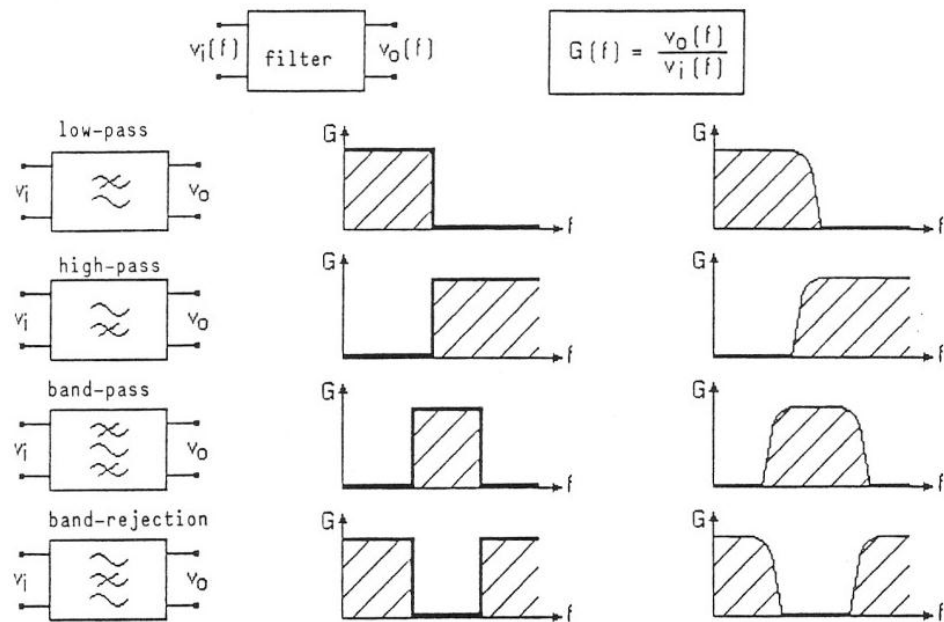
$$\varphi(\omega) = -\omega\tau_0 - \text{fază liniară}$$

$$a(\omega) = \ln \left| \frac{U_{ies}}{U_{in}} \right| = \ln \frac{1}{|H(j\omega)|} = ct$$

$a(\omega)$  - atenuarea sistemului ideal ce este independentă de frecvență

$b(\omega) = \omega\tau_0$  - defazarea sistemului (filtrului) ideal, este o funcție liniară de frecvență.

În continuare sunt prezentate simbolurile filtrelor :



Parametrii caracteristici ai filtrelor:

- *frecvența de tăiere a filtrului (frecvența critică)* – este frecvența la care atenuarea filtrului scade cu 3dB.
- *Banda de frecvență a filtrului B* – se definește între două frecvențe  $f_{MAX}$  și  $f_{MIN}$  și determină lungimea benzii de lucru a filtrului. Banda de frecvență include cele două frecvențe critice  $f_{c1}$  (frecvența joasă) și  $f_{c2}$  (frecvența înaltă) pentru F.T.B și F.O.B.
- *Factorul de calitate Q* – se definește ca raportul între frecvența de rezonanță  $f_0$  și banda de frecvență B a F.T.B și F.O.B.

$$Q = \frac{f_0}{B}$$

- Impedanța filtrului: - impedanța de intrare a filtrului  $Z_{in}$ ;
- impedanța de ieșire a filtrului  $Z_{ies}$ .

*Filtre de tip K constant* sunt de structură simplă, realizate cu bobină și condensator (filtre LC).  
Se vor avea în vedere următorii parametri:

$$Z_{in} = \sqrt{\frac{L}{C}(1 - \omega^2 LC)} = Z_0 \sqrt{1 - \omega^2 LC} \quad - \text{impedanța de intrare}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \omega^2 LC}} = Z_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \omega^2 LC}} \quad - \text{impedanța de ieșire}$$

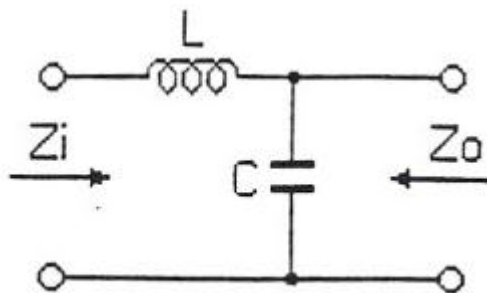
$$a_i = \ln \left| \sqrt{1 - \omega^2 LC} + j\omega\sqrt{LC} \right| \quad - \text{atenuare imagine}$$

$$0 \leq \omega \leq \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (= \omega_c)$$

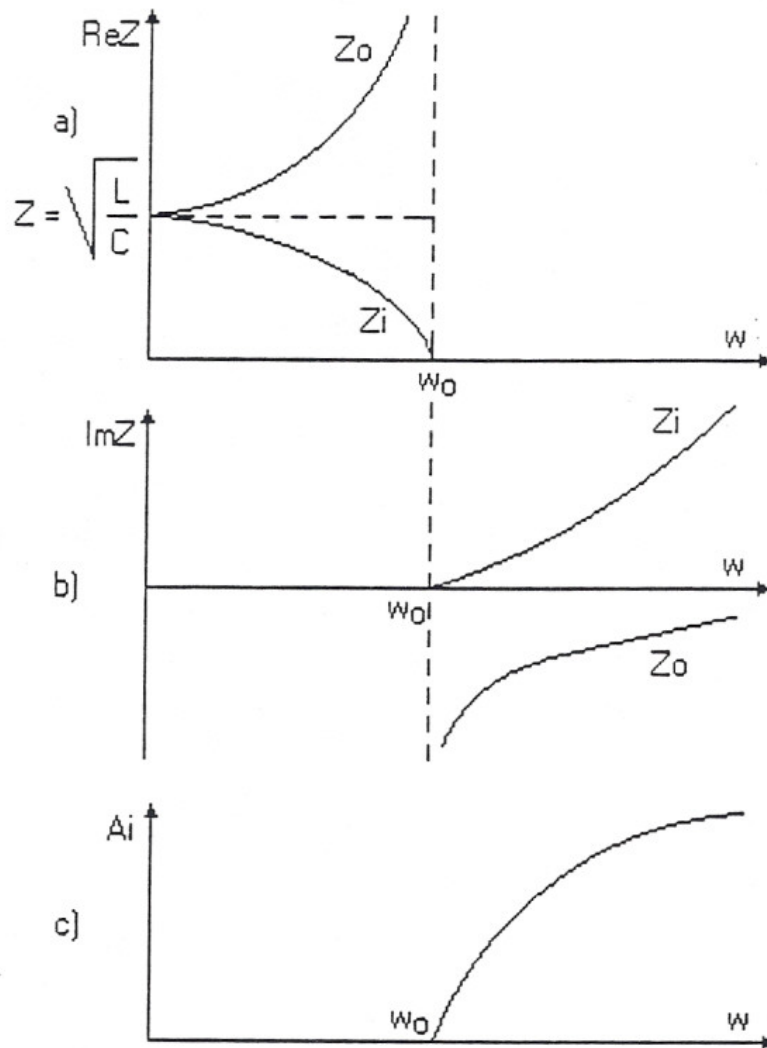
$a_i = 0$  nu apare atenuare

$$\omega > \omega_c \quad a_i = \ln(\omega^2 LC - 1)$$

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad - \text{frecvența critică (tăiere)}$$

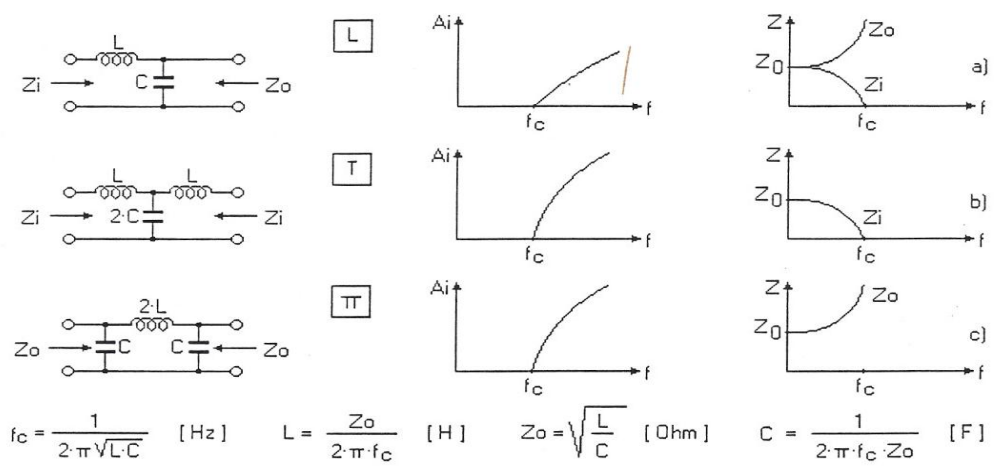


Filtru LC de tip k – ct.

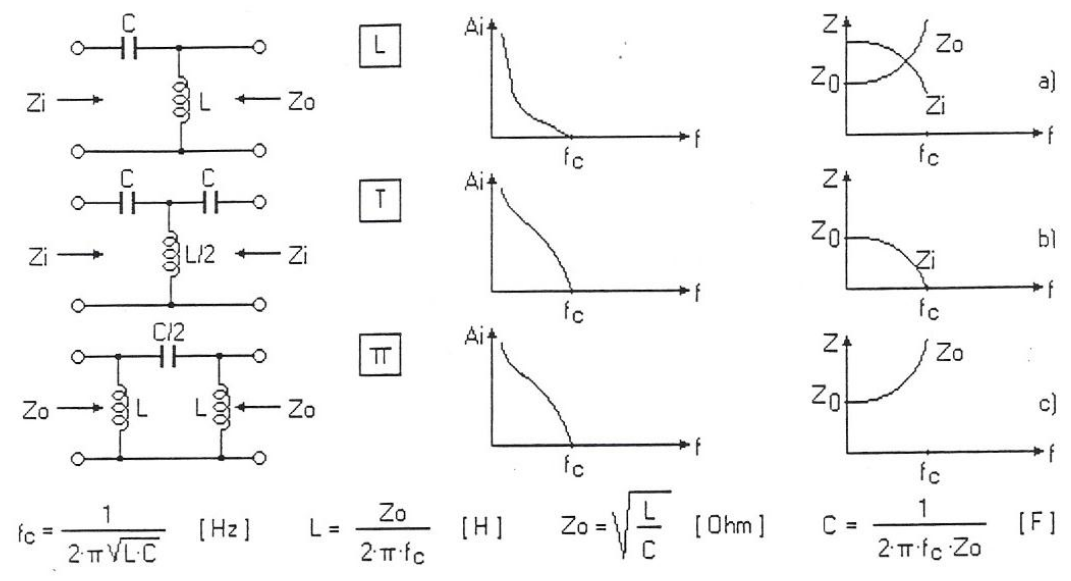


Variatia partilor reale si imaginare a impedentei filtrului si a atenuarii imagine

Sunt prezentate în continuare filtre particulare de tip trece-jos, trece-sus, de tip K-ct în forme  $\Gamma$ , T sau  $\Pi$ .

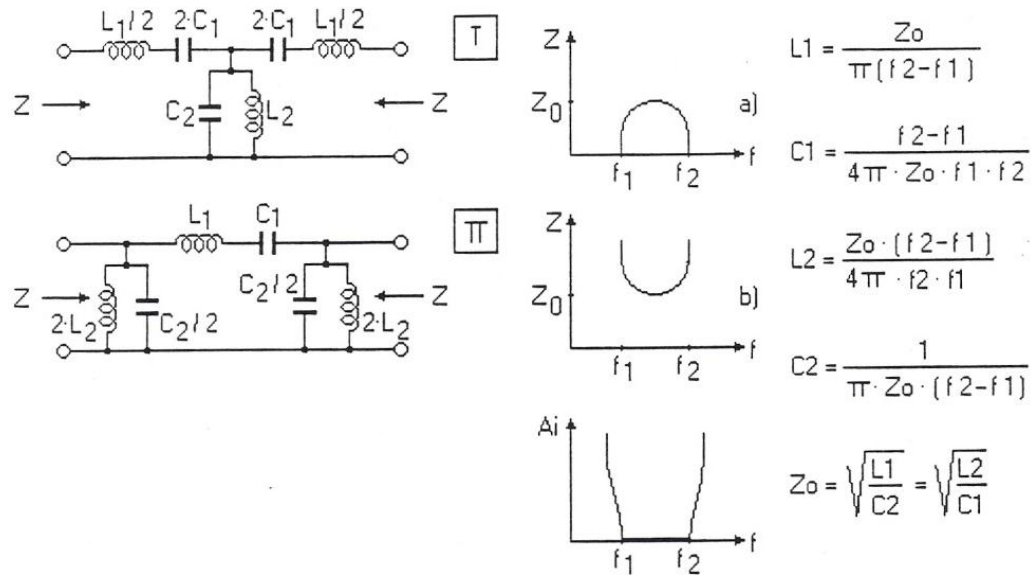


Filtre trece jos  
a) sectiune Γ  
b) sectiune T  
c) sectiune Π.



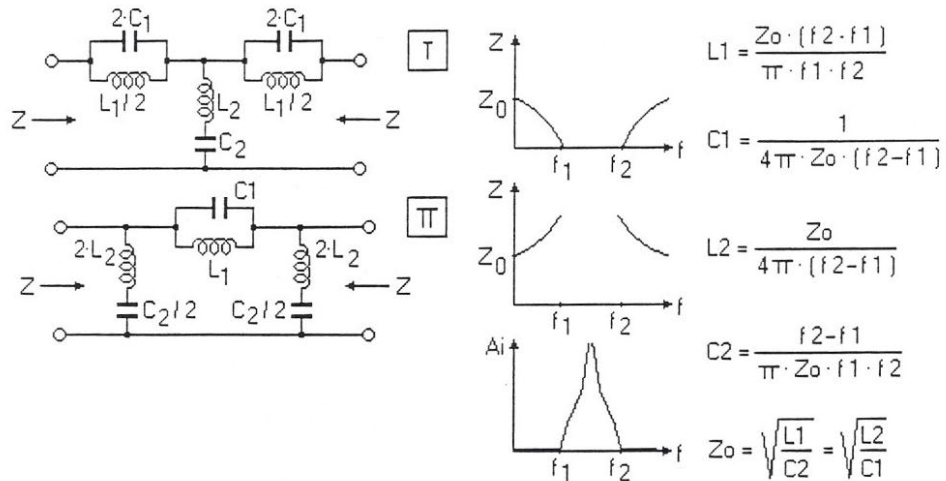
Filtre trece sus  
a) sectiune Γ  
b) sectiune T  
c) sectiune Π.





**Filtru trece banda**

- a) sectiune T
- b) sectiune  $\Pi$



**Filtru opreste banda**

- a) sectiune T
- b) sectiune  $\Pi$

**Filtre derivate m**

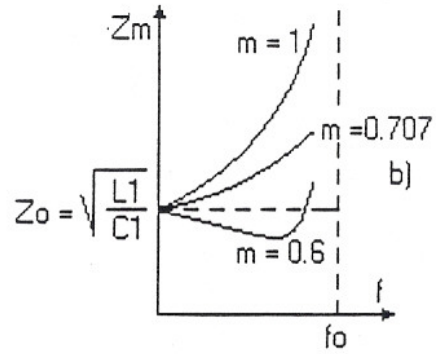
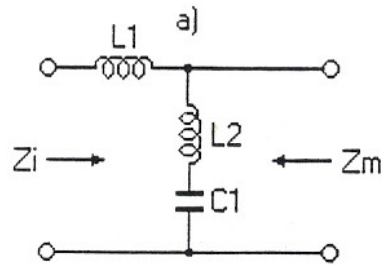
Filtre de tip K-ct prezintă două inconveniente:

- impedanța variază cu frecvența
- atenuarea în afara benzii nu este suficientă pentru diferite aplicații.

Filtrele cu structură m – derivate se obțin din filtre de tip K-ct, astfel obținându-se:

- a) minimizarea impedanței
- b) atenuarea în afara benzii, mică.

Pentru circuitul considerat:

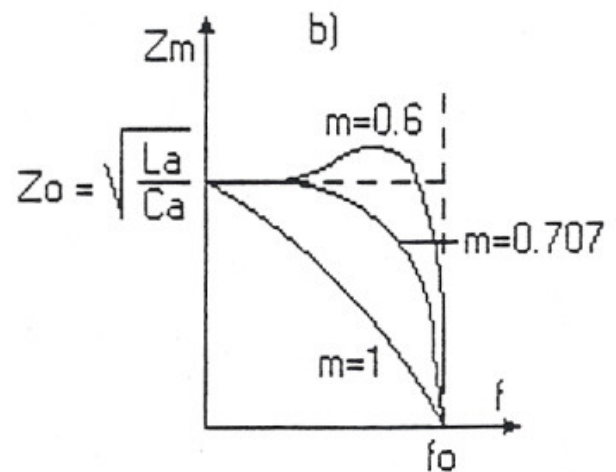
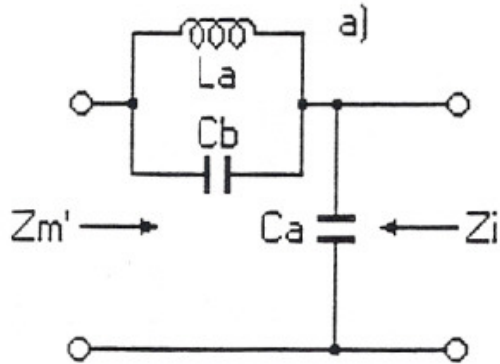


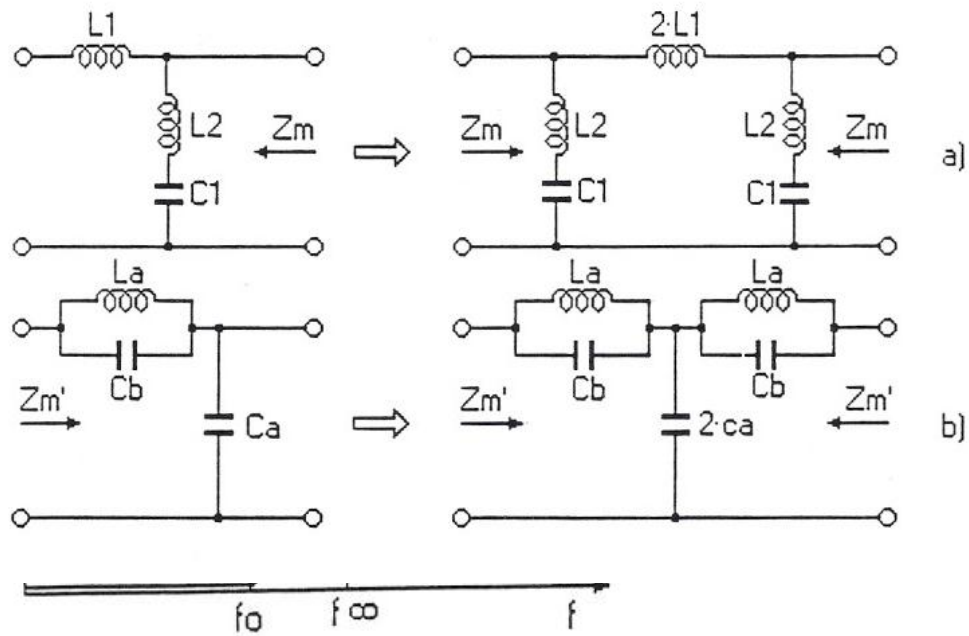
$$Z_i = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \cdot \sqrt{1 - \omega^2(L_1 + L_2) \cdot C_1}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$f_\infty = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_a C_b}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 - \omega^2}}$$

S-a definit frecvența  $f_\infty$  pentru un filtru derivat „m”, T.J.





Variatia atenuarii pentru un filtru derivat „m”

Sunt prezentate in continuare structuri de filtre derivate ”m”

Fitre derivate „m”

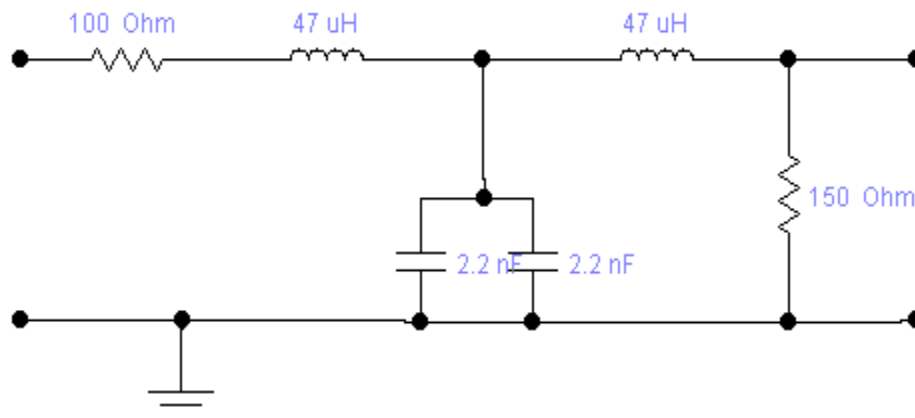
a) sectiune  $\Pi$

b) sectiune T

### Modul de lucru

Aparate necesare: - generator de semnal  
 - osciloscop  
 - sursă de alimentare

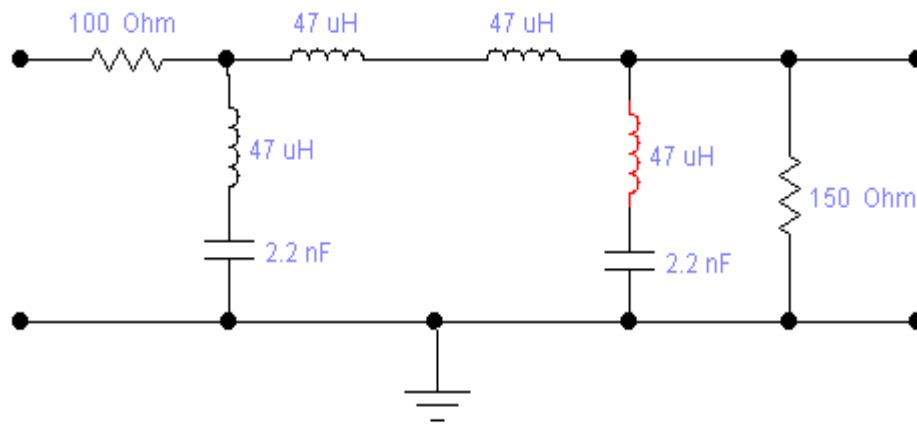
1. Realiazi structura de filtru de mai jos:



- Identificați structura filtrului
- Conectați un generator de semnal la intrarea filtrului cu amplitudinea semnalului de 2V și frecvența 100 kHz.
- Conectați osciloscopul la ieșirea filtrului și măsurați amplitudinea semnalului obținut, notând valorile în tabelul de mai jos. Creșteți frecvența semnalului pornind de la 400 kHz cu pas de 10 kHz, până când amplitudinea semnalului de ieșire rămâne constantă.

| f [kHz] | $V_0$ | $V_0/V_{ref}$ | $20\log V_0/V_{ref}$ |
|---------|-------|---------------|----------------------|
| 100     |       |               |                      |
| 400     |       |               |                      |
| 450     |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| 800     |       |               |                      |
| 900     |       |               |                      |

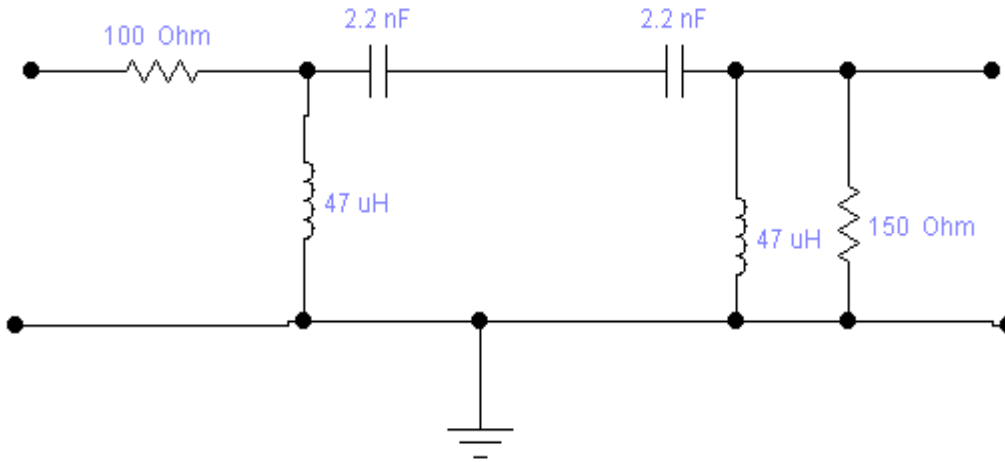
- Realizați filtrul de tip  $\Pi$  derivat m ca in figura :



- Conectați un generator (cu  $Z_{ieș,gen} = 50\Omega$ ) la intrarea filtrului; un generator de semnal cu amplitudinea semnalului de 2 V și frecvența de 100kHz.
- Conectați osciloscopul la ieșirea filtrului și măsurați amplitudinea semnalului.
- Porniți măsurătorile de la 400 kHz și creșteti frecvența generatorului cu pas de 10kHz, până în momentul în care amplitudinea semnalului de ieșire nu mai variază, notând valorile obținute în tabelul de mai jos.

| f [kHz] | $V_0$ | $V_0/V_{ref}$ | $20\log V_0/V_{ref}$ |
|---------|-------|---------------|----------------------|
| 100     |       |               |                      |
| 400     |       |               |                      |
| 450     |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| 800     |       |               |                      |
| 900     |       |               |                      |

9. Identificați structura de filtru trece sus din figura:

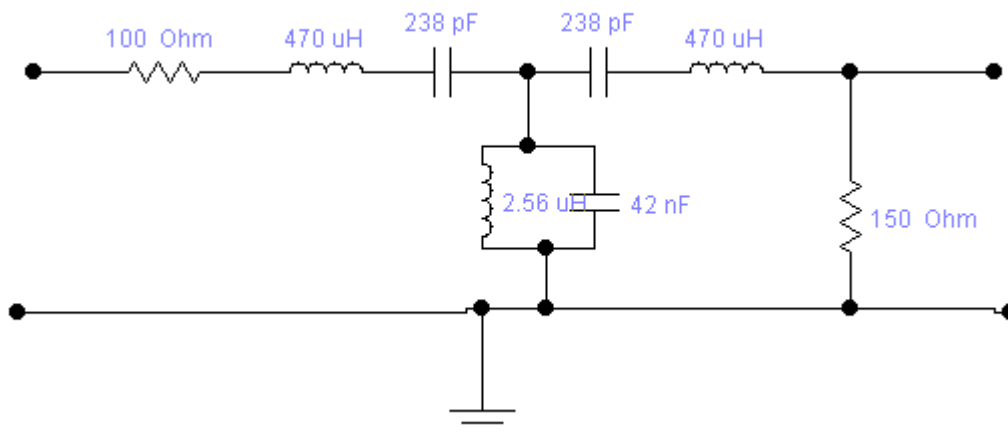


10. Conectați un generator de semnal la intrarea filtrului cu amplitudinea semnalului de 2V și frecvența 1000kHz.
11. Conectați osciloscopul la ieșirea filtrului și măsurați amplitudinea semnalului obținut, notând valorile în tabelul de mai jos. Scadeți frecvența semnalului pornind de la 600 kHz cu pas de 10 kHz, până când amplitudinea semnalului de ieșire rămâne constantă.

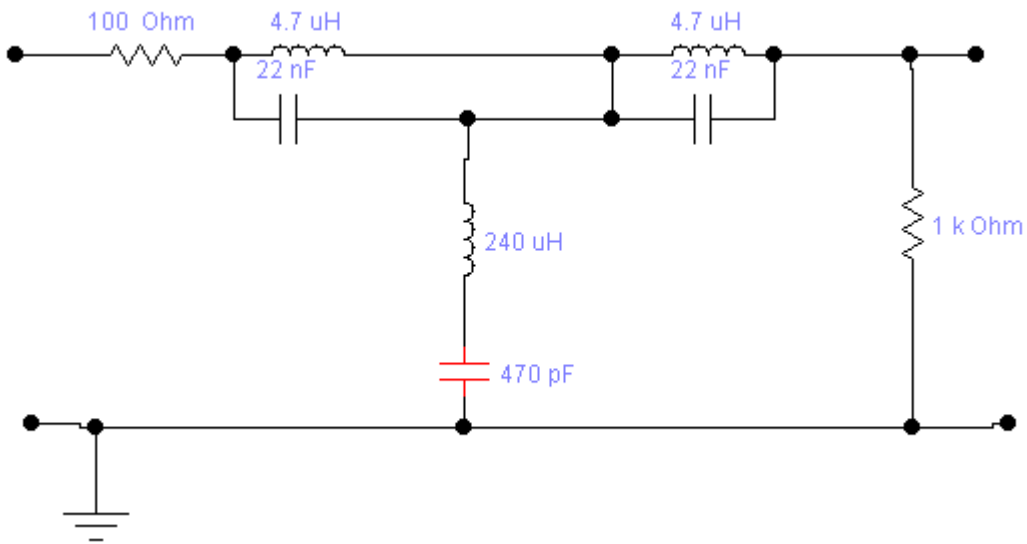
| f [kHz] | $V_0$ | $V_0/V_{ref}$ | $20\log V_0/V_{ref}$ |
|---------|-------|---------------|----------------------|
| 1000    |       |               |                      |
| 600     |       |               |                      |
| 590     |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| ....    |       |               |                      |
| 200     |       |               |                      |
| 100     |       |               |                      |

12. Aceleași cerințe ca mai sus pentru F.T.B, F.O.B

$$R_{gen} = 500 \Omega$$



| f [kHz] | $V_0$     | $V_0/V_{ref}$ |
|---------|-----------|---------------|
| 350     |           |               |
| 360     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| 0       | $V_{ref}$ | 1             |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| 690     |           |               |
| 700     |           |               |



| f [kHz] | $V_0$     | $V_0/V_{ref}$ |
|---------|-----------|---------------|
| 350     |           |               |
| 360     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| ...     |           |               |
| 690     |           |               |
| 700     |           |               |
| 1000    | $V_{ref}$ | 1             |

Se vor ridica caracteristicile  $V_0$  in functie de frecventa  $f$  sau atenuarea in functie de frecventa, pentru toate tipurile de filtre studiate

# FILTRE ACTIVE REALIZATE CU AMPLIFICATOARE OPERAȚIONALE

## 1. SCOPUL LUCRĂRII

Studiul unor filtre active realizate cu amplificatoare operaționale prin ridicarea caracteristicilor lor de frecvență.

## 2. NOTIUNI TEORETICE

Filtrele active (cu tranzistoare bipolare, cu tranzistoare cu efect de câmp sau cu amplificatoare operaționale) realizează aceleași funcții ca și filtrele cu elemente pasive – filtre trece jos, trece sus, trece bandă, etc. – dar sunt capabile să asigure o amplificare de putere supraunitară și acoperă un domeniu de frecvențe mult mai larg, în special spre frecvențe joase (fără a necesita bobine și condensatoare de dimensiuni foarte mari).

Realizarea filtrelor active cu amplificatoare operaționale prezintă și avantajul unei mai bune independențe a caracteristicii de transfer și a parametrilor filtrelor de parametri elementelor active utilizate și, implicit, de variația acestora la modificări ale mediului ambiant.

Sunt numeroase posibilități de realizare a filtrelor active cu amplificatoare operaționale caracterizate printr-o funcție de transfer cu doi poli, după modul de utilizare a amplificatorului operațional și de structura rețelei pasive selective utilizate. În lucrare, amplificatorul operațional este folosit ca o sursă de tensiune comandată în tensiune (deci ca un amplificator ideal de tensiune) conform schemei din *fig.1.a*.

Amplificatorul din *fig.1.a* este caracterizat prin :

amplificare de tensiune,  $A_u = k$ , dependentă de cele două rezistențe din rețeaua de reacție,  $R_a$  și  $R_b$  :

$$k = 1 + \frac{R_b}{R_a} \quad (1);$$

- impedanța de intrare,  $Z_i \rightarrow \infty$ , foarte mare ;
- impedanța de ieșire,  $Z_o \rightarrow 0$ , foarte mică.

În acest fel, impedanța de intrare și impedanța de ieșire nu vor afecta circuitele de reacție selective conectate între ieșirea și intrarea amplificatorului. În continuare, pentru amplificatorul din *fig.1.a*, realizat cu amplificator operațional, va fi folosit simbolul din *fig.1.b*.

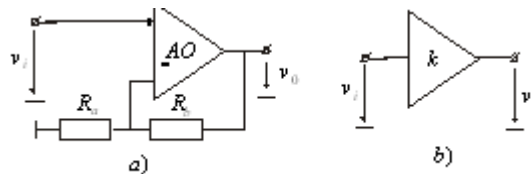


Figura 1

Schema de principiu a filtrelor active realizate cu amplificator operațional folosit ca sursă de tensiune comandată în tensiune, este reprezentată în *fig.2*.

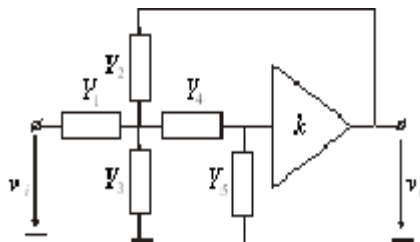


Figura 2

Funcția de transfer a circuitului se obține sub forma :

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{k \cdot Y_1 \cdot Y_4}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_4 \cdot Y_1 + Y_3 + Y_2(1-k)} \quad (2).$$

Prin particularizarea admitanțelor  $Y_i$  se pot obține filtre cu diverse caracteristici de frecvență.

Funcția de transfer a unui filtru trece jos (FTJ), având numitorul un polinom de gradul 2 este:

$$H(s) = \frac{k\omega_0^2}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (3) \text{ în care :}$$

- $k$  este amplificarea în bandă, la frecvențe joase ;
- $\omega_0$  este frecvența caracteristică a filtrului ;
- $\alpha$  este coeficientul de amortizare.

Variația modulului funcției de transfer, pentru un regim sinusoidal permanent, la scară dublu logaritmică, este reprezentată în *fig.3*, pentru mai multe valori ale factorului de amortizare. Amplificarea la frecvența caracteristică va fi :

$$|H(j\omega_0)| = \frac{k}{\alpha} \quad (4), \text{ ceea ce înseamnă că, pentru } \alpha < 1, \text{ se obțin caracteristici de frecvență cu}$$

supracreșteri în bandă, dar cu o scădere mai rapidă a amplificării în afara benzii de trecere.

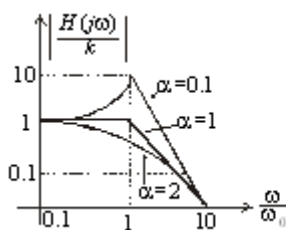


Figura 3

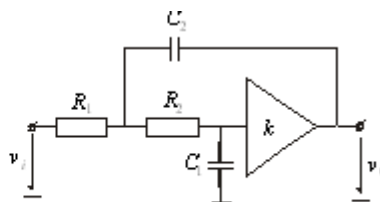


Figura 4

Se observă că, pentru  $\alpha \rightarrow 0$ , la frecvența caracteristică, amplificarea de tensiune tinde către infinit, ceea ce arată că circuitul oscilează pe frecvența caracteristică.

În *fig.4* este desenată schema unui filtru trece jos corespunzător schemei de principiu din *fig.2*, pentru care se deduc relațiile :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (5),$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}} \left[ 1 + (1-k) \cdot \frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} + \frac{R_1}{R_2} \right] \quad (6).$$

Amplificarea în bandă este  $k$  iar în afara benzii, la frecvențe suficient de mari față de  $\omega_0$ , amplificarea scade cu 40 db pe decadă, scădere specifică funcției de transfer cu doi poli.

Funcția de transfer a unui filtru trece sus (FTS) având numitorul un polinom de gradul 2 este :

$$H(s) = \frac{ks^2}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (7) \text{ în care:}$$

- $k$  este amplificarea în bandă, la frecvențe înalte ;
- $\omega_0$  este frecvența caracteristică a filtrului ;
- $\alpha$  este coeficientul de amortizare al filtrului.

Variația modulului funcției de transfer, pentru un regim sinusoidal permanent, la scară dublu logaritmică, este reprezentată în *fig.5* pentru mai multe valori ale factorului de amortizare. Amplificarea de tensiune la frecvența caracteristică devine :



$$|H(j\omega_0)| = \frac{k}{\alpha} \quad (8).$$

Din *fig.5* se constată că, pentru  $\alpha < 1$ , se obțin caracteristici de frecvență cu supracreșteri în bandă, dar cu o scădere mai pronunțată a amplificării pentru  $\omega > \omega_0$ . Pentru  $\alpha \rightarrow 0$ , amplificarea de tensiune la frecvența caracteristică tinde spre infinit, ceea ce înseamnă că circuitul oscilează pe această frecvență.

În *fig.6*, este desenată schema unui filtru trece sus corespunzătoare schemei de principiu din *fig.2*, pentru care se deduc relațiile :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (9),$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{R_1 C_1}{R_2 C_2} \left[ 1 + \frac{C_2}{C_1} + (1-k) \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1} \right]} \quad (10).$$

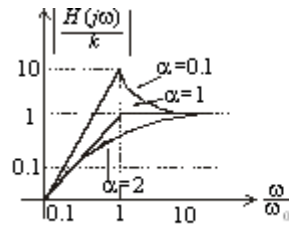


Figura 5

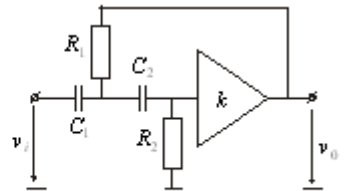


Figura 6

Pentru filtrul trece sus, la frecvențe mari, începe să se producă scăderea amplificării, determinată de banda de frecvențe limitată a amplificatorului operațional real utilizat; în *fig.5*, această scădere este reprezentată punctat.

Funcția de transfer a unui filtru trece bandă (FTB), având numitorul un polinom de gradul 2, este :

$$H(s) = \frac{k \cdot \frac{\omega_0}{Q} \cdot s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} \cdot s + \omega_0^2} \quad (11), \text{ în care:}$$

- $\omega_0$  este frecvența caracteristică (sau de acord, de rezonanță, centrală) a filtrului;
- $Q$  este factorul de calitate al circuitului (inversul coeficientului de amortizare,  $\alpha$ , folosit pentru celelalte filtre) ;
- $K$  este amplificarea la acord a filtrului .

Variația modului funcției de transfer, la scară liniară pe ambele coordonate, este reprezentată în *fig.7*; se definește banda de trecere a filtrului ca fiind domeniul de frecvențe pentru care modulul amplificării este mai

mare decât  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  din valoarea maximă a amplificării :

$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q} \quad (12).$$

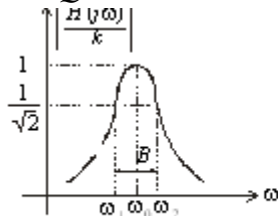


Figura 7

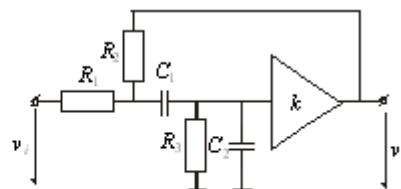


Figura 8

În *fig.8* este desenată schema unui filtru trece bandă corespunzătoare schemei de principiu din *fig.2*, pentru

care se deduc următoarele relații:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_3 R_1 \parallel R_2}} \quad (13),$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_3 R_1 \parallel R_2} \left( \frac{1-k}{C_2 R_2} + \frac{1}{R_1 \parallel R_3} \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \right)} \quad (14).$$

Banda la 3 db, definită cu relația (12) se obține sub forma :

$$B = 2\pi f_B = \frac{1-k}{C_2 R_2} + \frac{1}{R_1 \parallel R_3} \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \quad (15)$$

Pentru fiecare parametru al filtrului activ (de exemplu, frecvență caracteristică, factor de calitate, etc.) se poate defini un factor de sensibilitate față de unul dintre parametrii schemei (rezistențe, capacități, etc.). Pentru filtrul trece bandă, se calculează factorul de sensibilitate al factorului de calitate, Q, în raport cu

variațiile amplificării amplificatorului de bază, conform relației :  $S_Q^k = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta k / k}$  (16).

Acest factor de sensibilitate se poate deduce din relația (14).

### 3. DESFASURAREA LUCRARIII

3.1 Se vor studia filtrele cu reacție negativă multiplă prezentate mai jos cu următorii parametrii:

Pentru filtrul FTJ:

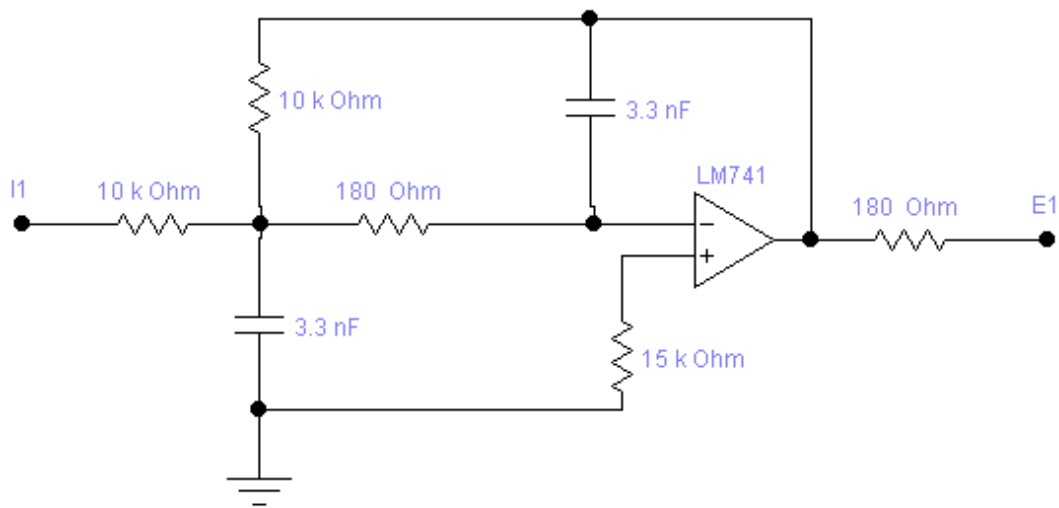
$$A = \frac{R_2}{R_1} ; \quad \varepsilon = \frac{1}{2} \frac{R_3 R_2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) C_1}{\sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2}} ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

Pentru filtrul FTS:

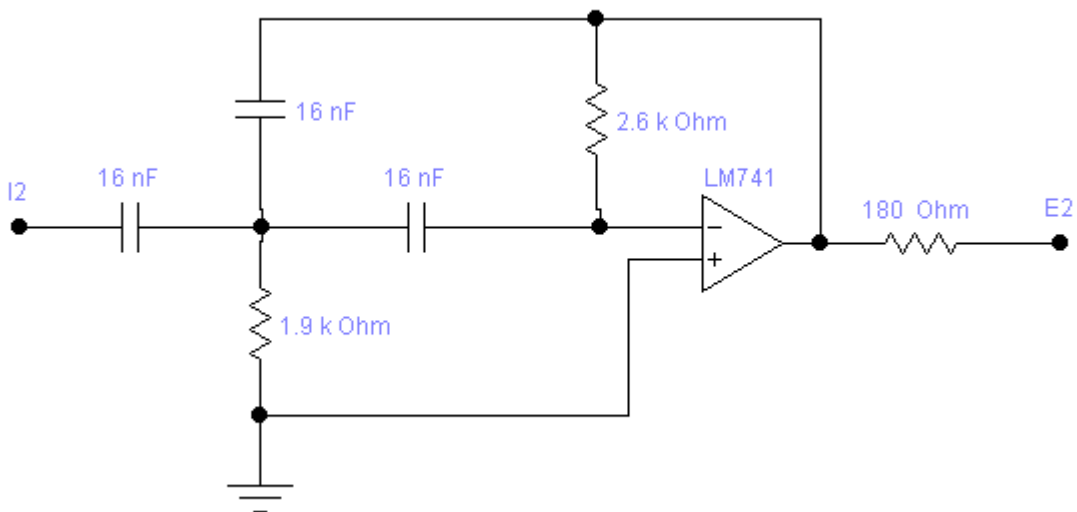
$$A = 1 ; \quad \varepsilon = 1.5 \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} ; \quad \omega_0 = \frac{1}{c \sqrt{R_1 R_2}}$$

Pentru filtrul FTB:

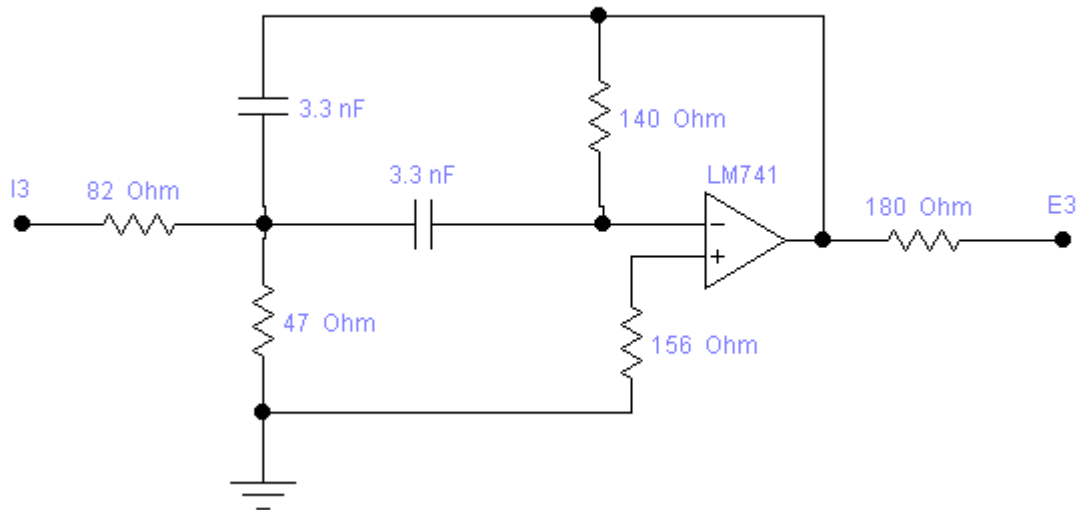
$$A = \frac{R_3}{2R_1} ; \quad \omega_0 = \frac{1}{c \sqrt{\frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2}}} ; \quad \Delta \omega = \frac{2}{CR_3}$$



FTJ



FTS



FTB

3.2 Se identifica cele trei filtre cu reactie negativa multipla (FTJ, FTS, FTB), pe baza figurii 2.

3.3 Se alimenteaza montajul diferential, la 12V.

3.4 Se conecteaza generatorul de semnal sinusoidal la intrarea I1 a FTJ.

3.5 Se conecteaza spotul 1 osciloscopului la intrare si spotul 2 la iesire.

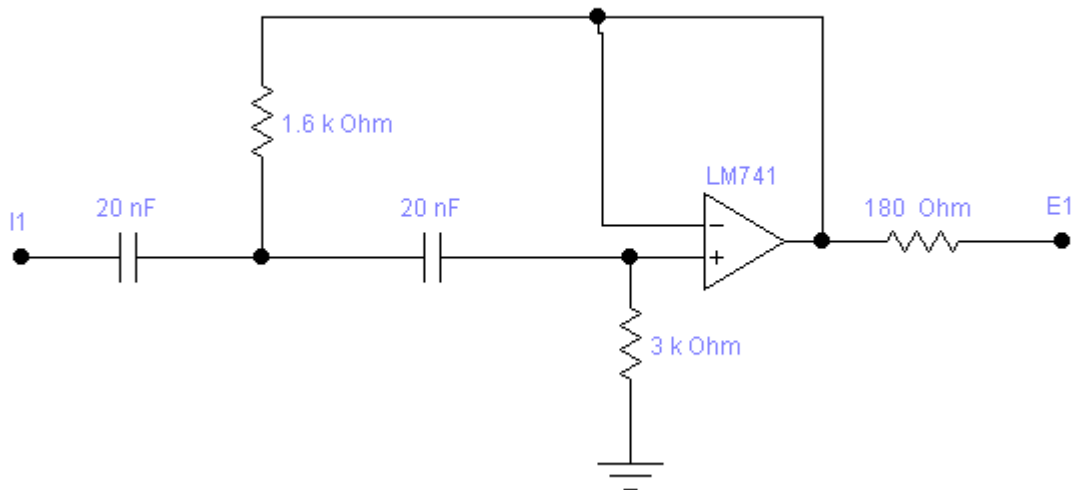
3.6 Se intocmeste un tabel de tipul:

|                 |  |
|-----------------|--|
| $f[\text{Hz}]$  |  |
| $U_i[\text{V}]$ |  |
| $U_e[\text{V}]$ |  |

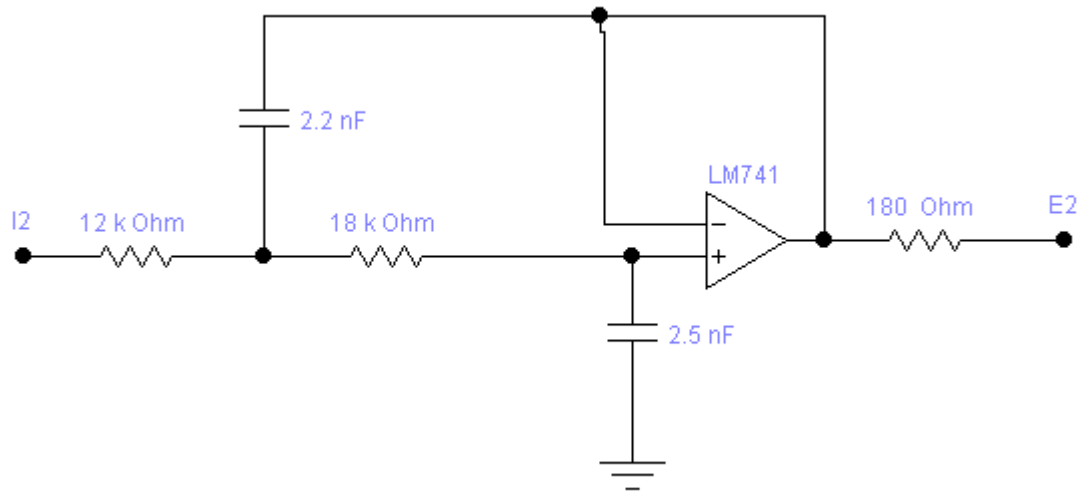
3.7 Se repeta punctele 3.4, 3.5, 3.6, pentru FTS.

3.8 Se repeta punctele 3.4, 3.5, 3.6, pentru FTB.

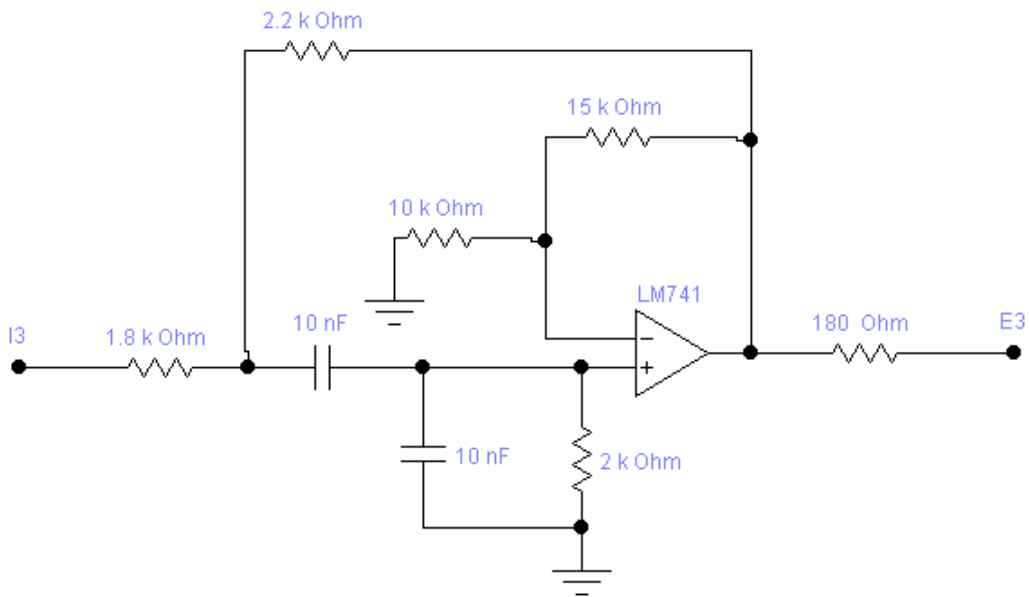
3.9 Se repeta punctele 3.2, 3.3, 3.4, 3.4, 3.5, 3.6, pentru cel de-al doile montaj (pentru filtrele cu sursa comandata in tensiune).



FTS



FTJ



FTB

#### 4. Verificari si interpretari

- 4.1 Se ridica caracteristica de atenuare in functie de frecventa pentru FTJ cu reactie negative.
- 4.2 Se repeata punctual 4.1 pentru FTS respective FTB cu recatie negative.
- 4.3 Se repeata punctele 4.1 si 4.2 pentru filtrele cu sursa comandata in tensiune.
- 4.4 Se ridca caracteristica  $V_0=f(V_i)$  pentru frecventa de taiere, in cazul tuturor filtrelor studiate.
- 4.5 Se calculeaza parametrii filtrelor studiate, cu ajutorul relatiilor teoretice prezentate si se compara cu rezultatele experimentale.
- 4.6 Cum apreciati comparativ performantele celor doua tipuri de filtre?
- 4.7 Concluzii si observatii personale.

## STABILITATEA CIRCUITELOR CU REACȚIE

### *Scopul lucrării*

Prezentarea schemei bloc, a terminologiei și a criteriilor de stabilitate specifice circuitelor cu reacție, exemplificarea acestora folosind scheme de oscilatoare elementare.

### **Prezentarea lucrării**

Un sistem cu reacție (feedback) se caracterizează prin faptul că legătura intrare-ieșire este bidirecțională: semnalul de la intrare circulă spre ieșire parcurgând o așa-numită cale directă, iar semnalul de la ieșire este recirculat spre intrare parcurgând o cale inversă, denumită cale de reacție. Schema-bloc a unui astfel de circuit se prezintă în Fig.1:

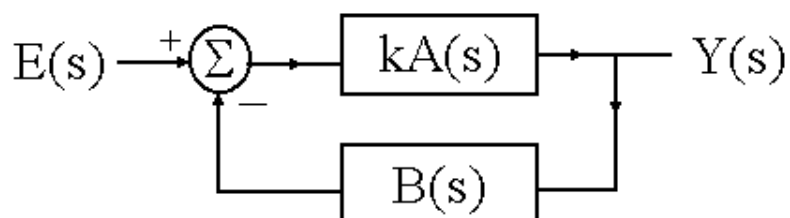


Figura 1

Blocul notat cu  $kA(s)$  se numește amplificator pe calea directă, iar cel notat cu  $B(s)$  se numește amplificator pe calea de reacție. Reacția se consideră negativă dacă semnalul recirculat de la ieșirea circuitului spre intrare tinde să micșoreze semnalul total aplicat intrării amplificatorului de bază, ( $k > 0$ ). În caz contrar, reacția se consideră pozitivă ( $k < 0$ ).

Funcția de transfer a circuitului, denumită *funcție de transfer în buclă închisă*, se calculează cu formula de mai jos (considerând reacția negativă):

$$H_r(s) = \frac{kA(s)B(s)}{1 + kA(s)B(s)}$$

Mărimea  $kA(s)B(s)$  se numește *funcție de transfer în buclă deschisă* a circuitului cu reacție. Studiul stabilității unui circuit cu reacție se poate efectua utilizând criteriul general de stabilitate a unui circuit liniar, criteriul Routh-Hurwitz. Totuși, ținând cont de forma particulară a funcției de transfer a circuitului s-au elaborat și criterii specifice, care folosesc următorul principiu: studiind funcția de transfer în buclă deschisă a circuitului se trag concluzii privind stabilitatea circuitului în buclă închisă. Este un principiu extrem de util în practică, deoarece în cazul unui sistem cu reacție instabil, închiderea buclei poate deveni periculoasă, putând conduce la distrugerea circuitului.

Dintre criteriile de stabilitate specifice circuitelor cu reacție menționăm:

- Criteriul Nyquist: Un sistem cu reacție este stabil dacă hodograful funcției de transfer în buclă deschisă înconjoară punctul (-1,0) de P ori în sens trigonometric (sens invers acelor de ceasornic).

Există câteva mărimi de interes care se definesc în contextul utilizării acestui criteriu:

- Z: numărul de zerouri *din semiplanul drept* ale funcției  $1+kA(s)B(s)$  (care reprezintă, în același timp, poli ai funcției de transfer în buclă închisă);
- P: numărul de poli *din semiplanul drept* ai funcției de transfer în buclă deschisă  $kA(s)B(s)$ ;
- N: numărul de înconjurări pe care le efectuează hodograful funcției de transfer în buclă deschisă în jurul punctului (-1,0). N se consideră pozitiv dacă înconjurul se efectuează în sens orar și negativ dacă se efectuează în sens trigonometric.

Criteriul Nyquist presupune utilizarea formulei  $Z=N+P$  și pentru ca sistemul în buclă închisă să fie stabil este necesar ca  $Z=0$ .

După cum știm, hodograful unei funcții complexe se trasează într-un sistem de coordonate reprezentat de partea sa reală, respectiv partea sa imaginară. Semnificația unui punct de pe hodograf este următoarea: dacă unim originea cu punctul respectiv, lungimea vectorului este egală cu modulul funcției de transfer în buclă deschisă, iar unghiul format de vectorul respectiv cu axa absciselor este egal cu argumentul funcției de transfer în buclă deschisă în dreptul unei anumite frecvențe.

- *Locul rădăcinilor*: Un sistem cu reacție este stabil dacă locul geometric descris de soluțiile ecuației:  $1+kA(s)B(s)=0$  pentru diverse valori ale lui k (grafic care este denumit locul rădăcinilor) nu are porțiuni cuprinse în semiplanul drept.

Acest grafic se trasează aplicând un set de reguli foarte simple, dintre care enumerăm:

- locul rădăcinilor pleacă din polii și se termină în zerourile funcției de transfer în buclă deschisă;
- porțiunile din locul rădăcinilor aflate pe axa absciselor se găsesc la stânga unui număr impar de singularități (poli sau zerouri);
- porțiunile din locul rădăcinilor aflate pe axa absciselor și cuprinse între 2 singularități de același fel se desprind de pe axă sub un unghi de  $90^\circ$ ;
- ramurile spre care porțiuni din locul rădăcinilor tind asimptotic formează cu axa absciselor unghiuri care se calculează cu relația:

$$\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{P-Z}$$

în care P și Z reprezintă numărul de poli, respectiv de zerouri finite ale funcției de transfer în buclă deschisă.

*Observație*: P și Z au altă semnificație decât la criteriul Nyquist!

- asimptotele se intersectează într-un punct plasat întotdeauna pe axa reală, denumit centru de greutate, a cărui abscisă se calculează cu formula:

$$c_g = \frac{\sum_i \text{abs } p_i - \sum_i \text{abs } z_i}{P-Z}$$

Semnificația unui punct de pe locul rădăcinilor este următoarea: coordonatele acestuia reprezintă valoarea (reală sau complexă) a unei soluții a ecuației  $1+kA(s)B(s)=0$  pentru o valoare particulară a parametrului k. Acesta este motivul pentru care se spune că locul rădăcinilor este gradat în valori ale lui k (în sensul că în loc să precizăm coordonatele în planul complex ale unui punct de pe grafic putem indica valoarea lui k pentru care punctul

respectiv este soluție a ecuației mai sus menționate).

- *Criteriul Barkhausen:* Un sistem cu reacție este stabil în buclă închisă dacă modulul funcției de transfer în buclă deschisă este subunitar în dreptul frecvenței la care faza acesteia este  $180^\circ$ .

Se definesc următoarele mărimi:

- *rezerva de amplitudine:* diferența dintre 1 și modulul funcției de transfer în buclă deschisă în dreptul frecvenței la care argumentul acestei funcții este  $180^\circ$ .
- *rezerva de fază:* diferența dintre argumentul funcției de transfer în buclă deschisă în dreptul frecvenței la care modulul acestei funcții este 1 și unghiul de  $180^\circ$ .

Pentru ca sistemul să fie stabil în buclă închisă rezerva de amplitudine trebuie să fie pozitivă (tipic 6-10 dB), respectiv rezerva de fază să fie pozitivă (tipic  $45^\circ$ - $60^\circ$ ). Procesul prin care se asigură aceste valori (și implicit stabilitatea circuitului) se numește *compensare*.

### Modul de lucru:

1. Se realizează circuitul din Fig.2, cu  $R=1,5\text{ k}\Omega$ ,  $C=33\text{ nF}$ ,  $R_1=1,5\text{ k}\Omega$ :

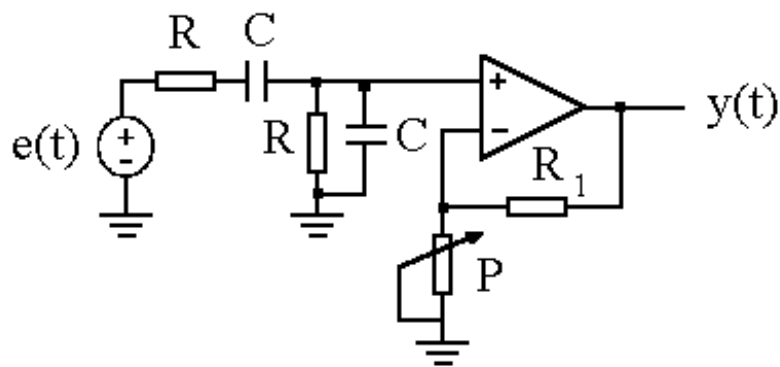


Figura 2

- calculați funcția de transfer a circuitului, considerând amplificatorul operațional ideal. Aplicăm la intrare semnal armonic de la generator. Semnalul de la ieșirea circuitului se aplică pe intrarea Y a osciloscopului, iar semnalul de la generator pe intrarea X. Pe ecran va apare o figură Lissajous de forma unei elipse. Se modifică frecvența semnalului până când elipsa degenerază într-o linie dreaptă cu panta pozitivă.
- care este valoarea defazajului intrare-ieșire în acest moment? Fără a mai modifica frecvența se modifică poziția cursorului potențiometrului până când modulul funcției de transfer (amplificarea) devine egal cu 1.

2. În acest moment se îndepărtează generatorul și se realizează conexiunea directă între intrare și ieșire. Introducând baza de timp se poate observa pe ecran o oscilație a cărei frecvență se va măsura.

- care este frecvența teoretică de oscilație?

Modificând cursorul potențiometrului se observă că într-un sens oscilația dispare, iar în celălalt sens se menține, dar ieșirea amplificatorului operațional intră rapid în saturație. În



același timp, frecvența oscilației se modifică.

- care este explicația modificării frecvenței de oscilație?
- ce ar trebui să facem pentru ca oscilația să fie armonică (ieșirea amplificatorului operațional să nu ajungă în saturație)?
- care este valoarea minimă a amplificării conexiunii de amplificator neinversor pentru ca regimul oscilant să se amorseze?

3. Se repetă experimentul în cazul circuitului din Fig.3:

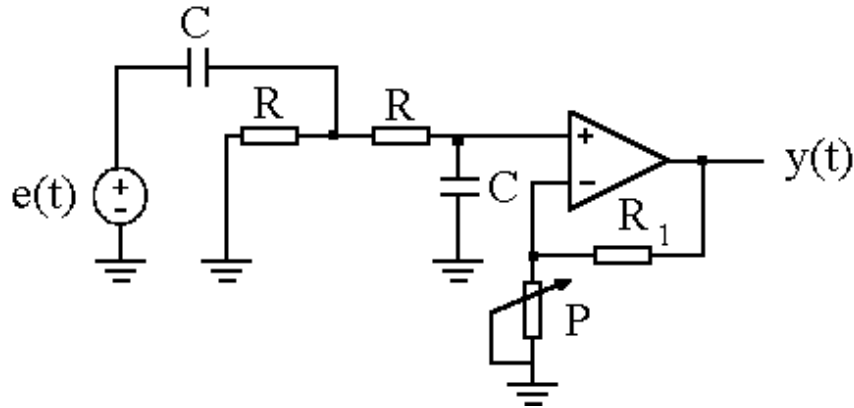


Figura 3

- calculați funcția de transfer a circuitului, considerând amplificatorul operațional ideal.
- care este frecvența teoretică de oscilație?

### Întrebări suplimentare:

1. Propuneți o funcție de transfer care să corespundă unui sistem instabil în buclă închisă, fapt justificat de aplicarea criteriului Nyquist și care să se dovedească stabil aplicând criteriul Barkhausen.
2. În ce condiții un sistem instabil în buclă deschisă este stabil în buclă închisă?
3. Cum trebuie să fie caracteristica de frecvență a unui circuit selectiv plasat în bucla de reacție a unui amplificator neselectiv pentru ca stabilitatea frecvenței să fie bună?
4. Modelați amplificarea amplificatorului operațional cu o funcție de transfer de ordinul I, de forma:  $A(s) = A_0 \omega_0 / (s + \omega_0)$ . Cum se modifică funcțiile de transfer în buclă deschisă ale circuitelor studiate? Studiați stabilitatea în buclă închisă a circuitelor cu reacție de mai înainte.